4. n-ベクトル模型の2次元近くの臨界現象(臨界現象,研究会報告)

氷上, 忍

n−ベクトル模型の2次元近くの臨界現象

基研　氷上　　忍

ギンツブルグーランダウーウィルソンの ϕ^4 理論では相互作用が $g_0^2\,\phi^4$ で与えられ，g_0^2 の次元数は，4−d である。くりこみ群の方法により，くりこまれた結合定数 g_R は，

$$g_R^2 = (Z_\phi^2/Z_1^2)\,Z_\sigma\,g_0^2$$

ここで Z_σ は補助場 σ のくりこみ定数。補助場を使えば $g_0^2\,\phi^4$ は $g_0\;\sigma\,\phi^2$ におきかえられる。Z_σ は成分の数 n が大きい時には，

$$Z_\sigma = 1/(1 + n A \mu^{d-4} g_0^2)$$

Callan-Symanzik 方程式：

$$(\mu \frac{\partial}{\partial\mu} + \beta(g)\frac{\partial}{\partial g} + \zeta)\,\Gamma^{(\sigma,\phi)}(g,\mu) = 0$$

の β− 函数は上の Z_σ の式と $Z_\phi = Z_1 = 1$（n が大きいとき）から

$$\beta = \mu \frac{\partial g}{\partial\mu}\bigg|_{g_0} = \frac{g}{2}(d-4)(1-Ag^2)$$

従って，$g^2 = 1/A$ の点が fixed point で，ここでは $d\beta/dg > 0$ である。これは赤外安定な固定点を意味する。以上は，ϕ^4 理論であるが，以下 n-ベクトル模型の2次元近くの場合を考えて見る。n-ベクトル模型は ϕ^4 理論とは違って，ϕ の大きさに制限がある。ϕ^2 = 定数。ハミルトニアンは，

$$\mathcal{H} = \frac{J}{kT}\,\Sigma\,(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi)$$

$J\,\phi^2/kT = \phi'^2$ とおけば，ϕ に対する条件式は $T\,\phi'^2 =$ 定数となる。この条件式から，

$$T \int G(q) = 1$$

を得る。T を結合定数とみて，無次元なくり込まれた温度 t を，

$$t = T\mu^{d-2}/Z_1$$

と定義して，Z_1 を以下のように展開する（1/n 展開）

$$Z_1^{-1} = 1 + t\mu^{2-d}\int d^d p \frac{1}{p^2+\mu^2} + \frac{2}{n} t\mu^{2-d}\int \left.\frac{J(q)}{\nu(q)}\right|_{r-\mu^2} + \cdots\cdots$$

$$= 1 + \left(1-\frac{2}{n}\right) t/(d-2)$$

β- 函数は

$$\beta = \mu\frac{\partial t}{\partial \mu} = \mu\frac{\partial}{\partial \mu}\{Z_1^{-1} T\mu^{d-2}\}$$

$$= t\left\{d-2-\frac{n-2}{n}t\right\}$$

従って固定点は $t_c = n(d-2)/(n-2)$。この点は上の式から赤外不安定（$d\beta/dt < 0$）な固定点であることがわかる。これは，この点が相転移点であることを意味している。又，この結果は最近 Brézin 達[1)]によって得られた結果と一致している。短距離相互作用の時は上で得られたように d = 2 が critical な次元数であるが，長距離相互作用 $1/r^{d+\sigma}$ のときには，

$$\frac{J}{kT_c} \propto \frac{n-\sigma}{d-1}$$

となって，critical な次元数は 1 次元となる。この結果[2)]も最近 Brézin 達[3)]によって別の違った方法で得られた。

参　考　文　献

1) E. Brezin, J. C. Le Guillou and J. Zinn-Justin, Phys. Rev. **B14** (1976), 3110.
2) S. Hikami, Prog. Theor. Phys. **56** (1976), 990.
3) E. Brézin, J. C. Le Guillou and J. Zinn-Justin, J. Phys. **A9** (1976) L119.